NuS Zusammenfassung

Andreas Biri, D-ITET 31.07.13

Einheiten

$1J = 1\,Nm = 1\,Ws = 1\,VC$
$1\,W = 1\,Nm/s = 1\,VA$
$1\,V = 1\,W/A = 1\,J/C = 1\,Nm/C$
$1\,\Omega = 1\,V/A = 1\,W/A^2$
$1\,C = 1\,As\,,\; 1F = 1C/V = 1\,As/V$
$1\,T = Vs/m^2 = 1\,N/Am\,, 1\,H = 1\,\Omega s$

Natürliche Konstanten

$\mathbf{1e = 1.602 * 10^{-19}\,C\,; 1\,C = 6.24 * 10^{18}\,e}$
$m_e = 9.11 * 10^{-31}\,kg \qquad g = 9.81\,m\,s^{-2}$
$\boldsymbol{\varepsilon_0 = 8.854 * 10^{-12}\,As/Vm} \quad c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0\,\mu_0}$
$\mathbf{\mu_0 = 4\pi * 10^{-7}\,m * kg * s^{-2} * A^{-2}}$
$u = 1.66057 * 10^{-27}\,kg$

Elektrostatische Feld

Coulomb'sche Gesetz:

$$F = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} * \frac{Q_1 * Q_2}{r^2} = E * Q$$

Elektrische Feldstärke E [V/m]:

$$E_1 = \frac{F_2}{Q_2} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} * \frac{Q_1}{r^2} = \frac{Q}{A * \varepsilon_0 * \varepsilon_r}$$

Ladungsdichten $Q = \int_l \lambda = \int_A \sigma = \int_V \rho$

Linienladungsdichte $\lambda = \frac{dQ}{dl} \quad [\frac{C}{m}]$

Flächenladungsdichte $\sigma = \frac{dQ}{dA} \quad [\frac{C}{m^2}]$

Raumladungsdichte $\rho = \frac{dQ}{dV} \quad [\frac{C}{m^3}]$

Elektrische Arbeit W [J]

$$\boldsymbol{W_e} = -\int_{P_1}^{P_2} F\,dl = Q_p * \varphi(r) = \boldsymbol{Q * U}$$

Elektrisches Potential φ [V]

$$\varphi(r) = \frac{W}{Q_p} = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

Für Bezugspunkt im Unendlichen $(r_1 \to \infty)$

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_0\,r}$$

Elektrische Spannung U [V]

$$\boldsymbol{U_{12}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{\boldsymbol{E}}\,\boldsymbol{ds} = \frac{W_{12}}{Q} = \varphi(r_1) - \varphi(r_2)$$

Umlaufintegral verschwindet: $\oint \vec{E}\,d\vec{s} = 0$

Elektrische Flussdichte D

$$\vec{D} = \varepsilon\,\vec{E} = \varepsilon_r\,\varepsilon_0\,\vec{E}$$

Auf Oberfläche wie Punktladung

$$D(A) = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi\,r^2}$$

Elektrischer Fluss ψ [C]

$$\boldsymbol{\psi} = \oiint_A \vec{\boldsymbol{D}}\,\boldsymbol{d\vec{A}} = Q$$

Entspricht Ladung im Innern

Kapazität C [F]

$$C = \frac{Q}{U} \qquad I(t) = C\,\frac{d\,U(t)}{dt}$$

Plattenkondensator

$$U = E * d \qquad C = \frac{\varepsilon\,A}{d} = \frac{\varepsilon_r\,\varepsilon_0\,A}{d}$$

Kugelkondensator

$$U = \int_a^b \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_0\,r^2} = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_0}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$$

$$C = 4\pi\,\varepsilon_0\,\frac{b * a}{b - a}$$

Vielschicht-Kondensator

$$C_{ges} = (2n-1)\,\frac{\varepsilon\,A}{d}$$

Energie des aufgebauten Feldes (zB. C)

$$W = \frac{1}{2} C\,U^2 = \frac{1}{2}\,Q\,U = \iiint_V \frac{1}{2}\,\vec{E}\,\vec{D}\,dV$$

Wobei Energiedichte $w_e = \frac{1}{2}\,\vec{E}\,\vec{D}$

Gleichstrom

Stromdichte J $[\mathbf{A/m^2}]$

$$\boldsymbol{J} = \frac{\Delta\,I}{\Delta\,A} = \frac{Q}{V} * V_e = \boldsymbol{\kappa\,\vec{E}}$$

Driftgeschw. $V_e = -\mu_e \vec{E}$

Elektrischer Strom I [A]

$$\boldsymbol{I} = \frac{\Delta\,Q}{\Delta\,t} = \iint_A \vec{\boldsymbol{J}}\,\boldsymbol{d\vec{A}}$$

Spezifische Leitfähigkeit κ [A/Vm]

$$J = \kappa\,\vec{E} \qquad \kappa = \frac{1}{\rho_R}$$

Spezifischer Wiederstand ρ_R [Ωm]

$$\rho_R(T) = \rho_{R,20°C}\,[\,1 + \alpha(T - 20°C) + \beta\,\Delta T^2]$$

Elektrischer Wiederstand R [Ω]

$$R = \frac{l}{\kappa\,A} = \frac{\rho_R(T) * l}{A} = \frac{1}{G}$$

Leistung P [W]

$$P = U * I = I^2\,R = \frac{U^2}{R} = \frac{\Delta\,W_e}{\Delta\,t}$$

$$W_e = \int_t P(t)\,dt$$

Verlustleistungsdichte p_V [W/m]

$$p_V = \frac{d\,P}{d\,V} = \vec{E} * \vec{J}$$

Elektrische Netzwerke

Parallelschaltung: $R_1 || R_2 = \frac{R_1\,R_2}{R_1 + R_1}$

Spannungsteiler: $\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

Wheatstone: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}\,, falls\ I = 0$

Quellenumrechnung U ↔ I

$$I_K = \frac{U_0}{R_i} \qquad U_L = I_0 * R_i$$

Leistungsanpassung

$$P_{Max}:\ R_i = R_L\ ;\ Z_i = Z_L^*$$

Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_L}{P_Q} * 100\%\,;\ \eta_{Max} = \frac{1}{2}$

Analyse von z Zweigen

1. k-1 Knotengleichungen
2. m = z – (k-1) Maschengleichungen
   a) Vollständiger Baum
      Baum zwischen allen Knoten ohne eigene Masche
   b) Auftrennen der Maschen
      Masche nacheinander suchen und Zweig entfernen
3. Ersetze Zwg.spannungen durch Zwg.ströme

Korrekte Wiederstandsmessung

Korrekte Spannungsmessung $(R \ll R_v)$

Spannungsmessgerät parallel zu Wiederstand, Strommessung vorher in Serie

$$R = \frac{U_v}{I_A - I_V} = \frac{U_v\,R_v}{I_A\,R_v - U_R}$$

Korrekte Strommessung $(R \gg R_A)$

Strommessgerät seriell zu Wiederstand, Spannungsmessung vorher parallel

$$R = \frac{U_v - U_A}{I_A} = \frac{U_v - R_A\,I_A}{I_A}$$

Stationäres Magnetfeld

Lorentz-Kraft: $\vec{F} = I\,\vec{s} \times \vec{B}$

Kraft auf Ladung Q

$$\vec{F} = Q\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Gleiche Ströme ziehen sich an,
entgegengesetzte Ströme stossen sich ab

Rechte-Hand-Regel: Daumen I, Zeigf. B, Mittelf. F

Magnetische Flussdichte B [T]

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} * \frac{I}{d} = \mu_r\,\mu_0\,H$$

Magnetische Feldstärke H [A/m]

$$\vec{H}(d) = \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{I}{2\pi\,d}$$

$$\oint H\,ds = \int_0^{2\pi} H\,r\,d\varphi = 2\pi r\,H(r) = \sum I$$

Oersted'sche Gesetz / Durchflutungsssatz

$$\Theta = NI = \sum_i I_i = \oint_C \vec{H}\,d\vec{s} = \iint_A \vec{J}\,dA$$

$\Theta : Durchflutung$ $\hat{=}$ *erregender Quelle*

Verschiedene Leiteranordnungen

Unendlich langer kreisförmiger Leiter

$$H(p) = \begin{cases} I * \dfrac{p}{2\pi\,a^2}\,\vec{e_\varphi} & p \le a \\ I * \dfrac{1}{2\pi\,p}\,\vec{e_\varphi} & p \ge a \end{cases}$$

Toroidspule

in Spule: $\vec{H} = \dfrac{N\,I}{2\pi\,p}\,\vec{e_\varphi}$

in Loch $\vec{H} = 0$

Zylinderspule (Toroid mit $r \to \infty$)

$$\vec{H} \approx \frac{N\,I}{l}\,\vec{e_x}$$

Reluktanzmodell

Magnetische Spannung V [A]

$$V_{m12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{H}\,d\vec{s} = \theta = \boldsymbol{NI} = \sum_i \frac{\boldsymbol{B_i}}{\boldsymbol{\mu_i}} * \boldsymbol{l_i}$$

Magnetischer Fluss Φ $[1Vs = 1Wb]$

$$\Phi = \iint_A \vec{B}\,d\vec{A} = \frac{V_m}{R_m}$$

Hüllenintegral: $\oiint \vec{B}\,d\vec{A} = 0$

Magnetischer Wiederstand (Reluktanz)

$$R_m = \frac{l}{\mu\,A} = \frac{V_m}{\Phi}$$

Knotenregel: $\sum \Phi = 0$

Maschenregel: $\sum R_m\,\Phi = \sum V_m = \Theta$

Flussverkettung

$$\boldsymbol{\Psi} = N\,\Phi = \quad \boldsymbol{L\,I = N\,B\,A_K}$$

Induktion L [H]

$$\boldsymbol{L} = \frac{\boldsymbol{\Psi}}{\boldsymbol{I}} = \frac{\boldsymbol{N\,\Phi}}{\boldsymbol{I}} = \frac{\boldsymbol{N^2}}{\boldsymbol{R_m}}$$

$\boldsymbol{A_L - Wert}$: $L = N^2\,A_L$; $A_L = \frac{1}{R_m}$ $[H]$

Ringkernspule (Toroid)

Für $(b-a) \to 0$: $\quad L = N^2\,\dfrac{\mu\,A_{Kern}}{l_{Mittler}}$

Doppelleitung mit Abstand b

$$L_a = \frac{\mu_0\,l}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right), \quad L_i = \frac{\mu_0\,l}{8\pi} \quad \to \; L_{Ges} = 2\,N^2(L_a + L_i)$$

Kreis mit Luftspalt

verhindert Sättigung durch grosse Reluktanz

$$L = N^2\,\frac{\mu_r\mu_0\,A}{l_m + d\,\mu_r} \approx N^2\,\frac{\mu_0\,A}{d}$$

$$B = I * \sqrt{\frac{L}{A}\,\frac{\mu_r\,\mu_0}{l_m + d\,\mu_r}}$$

Kraft Magnetfeld

$$F_A = \frac{B^2}{2\,\mu_0}\,A$$

Energieinhalt des Feldes einer Spule

$$W_m = \frac{1}{2}\,L\,I^2 = \frac{1}{2}\,\Phi\,I$$

$$W_m = \iiint_V w_m\,dV = \frac{1}{2}\iiint_V \vec{H} * \vec{B}\,dV$$

Magnetische Polarisation

Magnetisierung M verstärkt B-Feld

$$\vec{B} = \mu_0\,(H + M) = \mu_0\,\mu_r\,H$$

Diamagnetismus: $\mu_r < 1$, schwächt B

Paramagnetismus: $\mu_r > 1$, stärken B

Ferromagnetismus: $\mu_r \gg 1$

werden von Magneten stark angezogen

Materialübergänge

$$B_{normal1} = B_{n2} \to \frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_2)}$$

$$H_{tangent1} = H_{t2} \to \frac{B_{t1}}{B_{t2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_2)}$$

Veränderliches elektromagnetisches Feld

Änderndes Magnetfeld -> E-Feld u. umgek.

Induktionsgesetz

$$U(t) = -\frac{d\,\Phi}{d\,t} = -\frac{d}{dt}\iint_A \vec{B}\,d\vec{A}$$

Lenz: induz. Strom verringert Ursache

Selbstinduktion: $U_L = L\,\frac{d\,i}{dt}$

Induzierte Feldstärke

$$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$$

Wechselstrom

Komplexe Amplitude

$$\underline{\hat{u}}(t) = \hat{u} * e^{i(\omega t + \varphi_u)} = \hat{u} * e^{i\varphi} * e^{\omega t}$$

$$= \hat{u}\,\cos(\omega t + \varphi) + \hat{u}\,\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_I \begin{cases} > 0 : \; induktiv\ (U\ vor\ I) \\ < 0 : kapazitiv\ (I\ vor\ U) \end{cases}$$

Kenngrössen bei periodischen Vorgängen

Mittelwert

$$\bar{u} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u(t)\,dt$$

Bei sinusförmiger Funktion gilt $\bar{u} = 0$

Effektivwert

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,dt} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$$

Gleichrichtwert

$$\overline{|u|} = \frac{1}{T}\int_0^T |u(t)|\,dt = \frac{2}{\pi}\,\hat{u}$$

Leistung [W]

$$p(t) = u(t) * i(t) \quad \begin{cases} < 0 : Abgabe \\ > 0 : Aufnahme \end{cases}$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t) * i(t)\,dt = \frac{1}{2}\,Re\left\{\frac{|\hat{u}|^2}{Z}\right\}$$

Leistungsanpassung: $P_{a,max}$ $(\eta = 0.5)$ bei

Komplex: $Z_i = Z_a^{\,*}$

Reell: $R_i = |Z_a| = \sqrt{R_a^{\,2} + X_a^{\,2}}$

Scheinleistung [VA]

$$\underline{S} = \frac{1}{2}\,\underline{\hat{u}} * \underline{\hat{\imath}}^* = U_{eff} * I_{eff} = P + iQ$$

$$|\underline{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \frac{U_{eff}{}^2}{|Z|} = I_{eff}{}^2 * |Z|$$

Leistungsfaktor: $\lambda = \frac{P}{|\underline{S}|} = cos(\varphi_u - \varphi_I)$

$$P = Re\{S\} = U_{eff}\, I_{eff}\, \cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{U_{eff}{}^2}{R}$$

$$Q = Im\{S\} = U_{eff}\, I_{eff}\, \sin(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{U_{eff}{}^2}{R}$$
$$= \sqrt{S^2 - P^2} = S\sqrt{(1 - \lambda^2)}$$

Impedanz & Bauelemente

$$Z = R + i\,X \quad ; \quad Y = \frac{1}{Z} = G + j\,B$$

Ohm'scher Wiederstand

$$Z = R \quad ; \quad i_R = \frac{1}{R} * u_R$$

Induktivität

$$Z = j\,\omega\,L \quad ; \quad u_L = L * \frac{d\,i(t)}{dt}$$

Kapazität

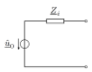
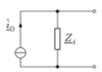
$$Z = \frac{1}{j\,\omega\,C} = -\frac{j}{\omega\,C} \quad ; \quad i_C = C * \frac{d\,u(t)}{dt}$$

Integration: $\int dt \rightarrow \frac{1}{j\omega}$ Diff: $\frac{d}{dt} \rightarrow j\omega$

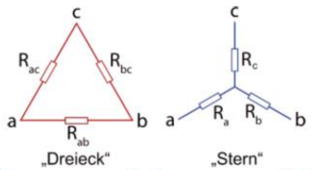
Umwandlung

Spannungsteiler: $U_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} * U_Q$

Stromteiler: $I_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} * I_Q$

Thevenin-ESB:  Norton-ESB: 

Stern-Dreieck-Umwandlung



$$R_a = \frac{R_{ac}R_{ab}}{R_{ac}+R_{ab}+R_{bc}},\; R_b = \frac{R_{ab}R_{bc}}{R_{ac}+R_{ab}+R_{bc}},\; R_c = \frac{R_{ac}R_{bc}}{R_{ac}+R_{ab}+R_{bc}}$$
$$R_{ac} = (R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a)/R_b$$
$$R_{ab} = (R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a)/R_c$$
$$R_{bc} = (R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a)/R_a$$

Drehstromsysteme

$$U_{Aussenleiter} = \sqrt{3} * U_{Innenleiter}$$

$$I_{Stern} = \sqrt{3} * I_{Dreieck}$$

$$u_1 = \hat{u}\,\sin(\omega t);\; u_2 = \hat{u}\,\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right);\; u_3 = \hat{u}\,\sin(\omega t + \frac{4\pi}{3})$$

Symmetr. Last: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ -> kein Rückleiter

$$S = \sum \frac{\widehat{u_i} * \widehat{\imath_i}}{2} = \frac{3}{2}\,\hat{u} * \hat{\imath}$$

$$P = \sum U\,I\,\cos(\varphi_i) = 3 * U\,I\,\cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

Bode-Plotter

Bei Leistung Faktor 10 statt 20

		$\lvert \underline{F}(s) \rvert$	$\angle[\underline{F}(s)]$
P	K_P	$20\log_{10}\lvert K_P\rvert$	$K_P > 0: 0°$ $K_p < 0: 180°$
D	$K_D s = \frac{s}{\omega_E}$	$+20\,dB/dec$ $0dB$ bei $\omega_E = \frac{1}{K_D}$	$+90°$
I	$\frac{K_I}{s} = \frac{\omega_E}{s}$	$-20\,dB/dec$ $0dB$ bei $\omega_E = K_I$	$-90°$
T_1	$sT + 1 = \frac{s}{\omega_E} + 1$	$\omega_E = 1/T$ dann $+20\,dB/dec$	$+90°$ über zwei Dekaden
T_1^{-1}	$\frac{1}{sT+1} = \frac{1}{\frac{s}{\omega_E}+1}$	$\omega_E = 1/T$ dann $-20\,dB/dec$	$-90°$ über zwei Dekaden

Schwingkreise

$$\text{Güte } Q = \frac{2\pi\ Gesamtenergie}{Verlust\ pro\ Periode} = \frac{2\pi\, W_{tot}}{P * T} = \frac{\omega\, W_{tot}}{U_{eff} * I_{eff}}$$

Dämpfung $d = 1/Q$

$$W_{tot} = \frac{1}{2}\,C * \hat{u}^2 = C\,U^2$$

Grenzfrequenz: wo $Q' = \frac{Q}{\sqrt{2}}$

- $|Re\{Z\}| = |Im\{Z\}|,\; |P| = |Q|$
- $|\varphi_{In} - \varphi_{Out}| = 45° = \frac{\pi}{4}$
- $Eingangsamplitude = \frac{Ausgangsamplitude}{\sqrt{2}}$

Bandbreite: Frequenzband zw. Grenzfrequ.

$$\boldsymbol{B} = f_2 - f_1 = \frac{1}{2\pi}(\omega_2 - \omega_1) = \frac{\boldsymbol{f_0}}{\boldsymbol{Q}}$$

Resonanz: Impedanzen werden rein reell (Q=0)

$$\boldsymbol{\omega_0 = 2\pi\, f_0} \rightarrow \begin{cases} S: Z\ min \\ P: Z\ max \end{cases}$$

Seriellschwingkreis

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

Spannungsüberhöhung: C,L tauschen Spannung

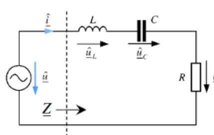
$$\frac{\hat{u}_{C,L\,max}}{\hat{u}} \approx Q_s = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

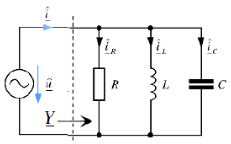
Parallelschwingkreis

$$Y = \frac{1}{R} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

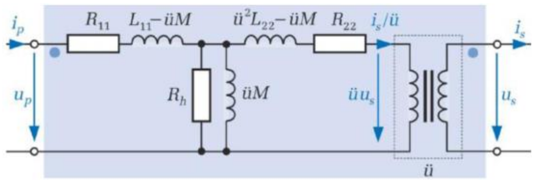
Stromüberhöhung: C,L tauschen Strom

$$\frac{\hat{\imath}_{C,L\,max}}{\hat{\imath}} \approx Q_P = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$





Übertrager



$$\boldsymbol{\ddot{u}} = \frac{\boldsymbol{N_1}}{\boldsymbol{N_2}} = \frac{\boldsymbol{U_1}}{\boldsymbol{U_2}} = \frac{\boldsymbol{I_2}}{\boldsymbol{I_1}}$$

Hystereseverluste R_h

Streuinduktivität primär: $L_{S1} = L_{11} - \text{ü}M$

Streuinduktivität sekundär: $L_{S2} = \text{ü}^2 L_{22} - \text{ü}M$

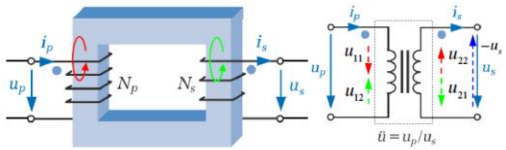
Magnetisierungsinduktivität $L_h = \text{ü}M$

Gegeninduktivität: $M = k\sqrt{L_{11}\,L_{22}} = L_{12/21}$

Kopplung: Anteil d. Feldes durch beide Spulen

$$k = \pm\sqrt{k_{12}k_{21}} = \pm\frac{M}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}$$

Streuungsfrei: $|k| = 1$; $k_{21} = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_{11}} = \frac{M}{L_{11}}$



Bei Punkten stets selbe Polarität

$$u_P = L_{11}\frac{di_P}{dt} - M\frac{di_S}{dt} \quad ; \quad u_S = -L_{22}\frac{di_S}{dt} + M\frac{di_P}{dt}$$

Selbstinduktivität Prim : $L_{11} = N_1{}^2\,\frac{\mu\,A}{l}$

Selbstinduktivität Seku : $L_{22} = N_2{}^2\,\frac{\mu\,A}{l}$

Gegeninduktivität: $M = N_1\,N_2\,\frac{\mu\,A}{l}$

Magn. E: $W_m = \frac{1}{2}\,L_{11}\,I_1^2 + M\,I_1 I_2 + \frac{1}{2}\,L_{22}\,I_2^2$

Impedanztransformation

$$\boldsymbol{Z_P} = \frac{u_p}{i_p} = \frac{\text{ü} * u_s}{i_s/\text{ü}} = \text{ü}^2\,\boldsymbol{Z_S}$$

Fourier-Analyse

$$f(x) = a_0 + \hat{a}_1 \cos(x) + \hat{a}_2 \cos(2x) + \hat{a}_3 \cos(3x) + \cdots$$
$$+\hat{b}_1 \sin(x) + \hat{b}_2 \sin(2x) + \hat{b}_3 \sin(3x) + \cdots$$

Bedeutung:

$$u(t) = \underbrace{U_0}_{DC} + \underbrace{\hat{u}_1 \cos(\omega t + \varphi_1)}_{\text{Grundschwingung}} + \underbrace{\hat{u}_2 \cos(2\omega t + \varphi_2) + \cdots}_{\text{Oberschwingungen}}$$

1. Schwingung z.B. $\underline{Z} = j\omega L$, 5. Schwingung: $\underline{Z} = j5\omega L$

Normalform:

$$u(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\hat{a}_n \cos\left(n2\pi \frac{t}{T}\right) + \hat{b}_n \sin\left(n2\pi \frac{t}{T}\right)\right]$$

Spektralform:

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{c}_n \sin(n\omega t + \varphi_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{c}_n \cos(n\omega t + \psi_n)$$

$$\tan(\varphi_n) = \frac{\hat{a}_n}{\hat{b}_n}, \qquad \hat{c}_n = \sqrt{\hat{a}_n^2 + \hat{b}_n^2}, \qquad \tan(\psi_n) = \frac{\hat{b}_n}{\hat{a}_n}$$

Koeffizientenberechnung:

DC-Anteil:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(\omega t)\, d(\omega t) = Mittelwert$$

Andere Koeffizienten:

$$\hat{a}_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\cos(n\omega t)\, dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} u(\omega t)\cos(n\omega t)\, d(\omega t)$$

$$\hat{b}_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\sin(n\omega t)\, dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} u(\omega t)\sin(n\omega t)\, d(\omega t)$$

Komplexe Form:

$$u(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\underline{c}_n e^{jn\omega t} + \underline{c}_{-n} e^{-jn\omega t}\right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{c}_n e^{jn\omega t}$$

Umrechnung:

$$c_0 = a_0, \qquad \underline{c}_n = \frac{\hat{a}_n - j\hat{b}_n}{2}, \qquad \underline{c}_{-n} = \frac{\hat{a}_n + j\hat{b}_n}{2} = \underline{c}_n^*$$

Direkte komplexe Koeefizientenberechnung:

$$\underline{c}_n = \frac{1}{T}\int_0^T u(t) e^{-jn\omega t} dt$$

Konvertierung real ↔ komplex:

$$a_0 = c_0, \qquad \hat{a}_n = 2\Re(\underline{c}_n), \qquad \hat{b}_n = -2\Im(\underline{c}_n)$$

Stammfunktionen zur Fourier-Zerlegung

$$\int_{T_1}^{T_2} \sin(\omega t)\cos(\omega t)\, dt = \left[-\frac{\cos(2\omega t)}{4\omega}\right]_{T_1}^{T_2}$$

$$\int_{T_1}^{T_2} \sin(\omega t)\cos(n\omega t)\, dt = \left[\frac{\cos(\omega t)\cos(n\omega t) + n\sin(\omega t)\sin(n\omega t)}{\omega(n^2-1)}\right]_{T_1}^{T_2}$$

$$\int_{T_1}^{T_2} \sin(\omega t)\sin(\omega t)\, dt = \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega t)}{4\omega}\right]_{T_1}^{T_2}$$

$$\int_{T_1}^{T_2} \sin(\omega t)\sin(n\omega t)\, dt = \left[\frac{\cos(\omega t)\sin(n\omega t) - n\sin(\omega t)\cos(n\omega t)}{\omega(n^2-1)}\right]_{T_1}^{T_2}$$

Trigonometrische Zusammenhänge

$$\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$$

$$\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1-y^2}, \quad \sin(2\arcsin(x)) = 2x\sqrt{1-y^2}$$

$$\int_0^T \sin^2(\omega t)\, dt = \frac{T}{2}\,; \quad \int_{T_1}^{T_2} \cos^2(\omega t)\, dt = \frac{t}{2} + \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega}$$

Symmetrien & Vereinfachungen

Gerade Funktionen:

$$u(t) = u(-t) \rightarrow \text{gerade Funktion} \rightarrow b_n = 0$$

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)dt, \qquad \hat{a}_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)\cos(n\omega t)\, dt$$

Ungerade Funktionen:

$$u(t) = -u(-t) \rightarrow \text{ungerade Funktion} \rightarrow a_0 = a_n = 0$$

$$\hat{b}_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)\sin(n\omega t)\, dt$$

Halbwellensymmetrie: $u(t) = -u(t + T/2)$

$$a_0 = a_{2n} = b_{2n} = 0$$

$$\hat{a}_{2n-1} = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)\cos[(2n-1)\omega t]\, dt$$

$$\hat{b}_{2n-1} = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)\sin[(2n-1)\omega t]\, dt$$

Gerade Funktion mit Halbwellensymmetrie:

$$a_0 = \hat{a}_{2n} = \hat{b}_n = 0$$

$$\hat{a}_{2n-1} = \frac{8}{T}\int_0^{\frac{T}{4}} u(t)\cos[(2n-1)\omega t]\, dt$$

Ungerade Funktion mit Halbwellensymmetrie:

$$a_0 = \hat{a}_n = \hat{b}_{2n} = 0$$

$$\hat{b}_{2n-1} = \frac{8}{T}\int_0^{\frac{T}{4}} u(t)\sin[(2n-1)\omega t]\, dt$$

Achsenverschiebung/Zeitverscheibung: $t \mapsto t - t_0$,

$$\hat{a}_{n,neu} = \hat{a}_n \cos(n\omega t_0) - \hat{b}_n \sin(n\omega t_0)$$
$$\hat{b}_{n,neu} = \hat{a}_n \sin(n\omega t_0) - \hat{b}_n \cos(n\omega t_0)$$

Überlagerung bekannter Transfromationen.

Zerlegung in geraden und ungeraden Anteil:

$$u(t) = u_g(t) + u_u(t)$$

$$u_g(t) = \frac{1}{2}[u(t) + u(-t)], \qquad u_u(t) = \frac{1}{2}[u(t) - u(-t)]$$

Leistungen bei Fourier

$$U_{eff} = \sqrt{a_0^2 + \sum a_n^2 + b_n^2}$$

$$P = u_0 i_0 + \frac{1}{2}\sum_1^{\infty} u_n i_n \cos(\varphi_u - \varphi_i) = \sum_0^{\infty} \frac{a^2 + b^2}{2}$$

$$u_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\ ; \ i_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

Grundschwingungsgehalt $g = \frac{U_1}{U} = \frac{\widehat{u_1}}{\sqrt{2}\,U}$

Klirrfaktor $k = \sqrt{1 - g^2}$, $k_n = \frac{U_n}{U}$

Verzerrungsblindleistung D , Verschiebungsblindleistung $\tilde{Q}$

Gesamtblindleistung [VAr]

$$Q = \sqrt{\tilde{Q}^2 + D^2} = \sqrt{S^2 - P^2}$$

Laplace-Transformation

$$u_L = L\frac{di_L}{dt}, \qquad i_C(t) = C\frac{du_C}{dt}$$

Differentiationsatz:

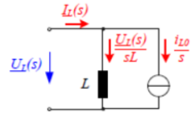
$f'(t) \rightsquigarrow s \cdot \underline{F}(s) - f(0)$

Komponenten:

Induktivität:

$\underline{U}_L(s) = L\, s\, \underline{I}_L(s) - L\, i_{L0}$

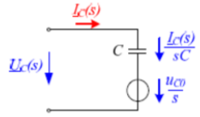
$\underline{I}_L(s) = \frac{\underline{U}_L(s)}{L\, s} + \frac{i_{L0}}{s}$



Kondensator:

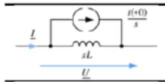
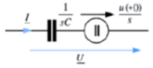
$\underline{I}_C(s) = C\, s\, \underline{U}_C(s) - C\, u_{C0}$

$\underline{U}_C(s) = \frac{\underline{I}_C(s)}{C\, s} + \frac{u_{C0}}{s}$



Allgemein: Wie normal, aber mit $j\omega = s$.

Anfangswerte

	$U = RI$	$I = \frac{U}{R}$
	$U = sL \cdot I(s) - Li(0)$	$I = \frac{U(s)}{sL} + \frac{i(0)}{s}$
	$U = \frac{I(s)}{sC} + \frac{u(0)}{s}$	$I = sC \cdot U(s) - Cu(0)$

ACHTUNG: Vorzeichen! Meistens: $\underline{I}_C = -\underline{I}_R$

$u(t)$	$\underline{U}(s)$
$a_1 u_1(t) + a_2 u_2(t)$	$a_1 \underline{U}_1(s) + a_2 \underline{U}_2(s)$
$u(at)$	$\frac{1}{a}\underline{U}(\frac{s}{a})$
$u(t - t_0)$	$e^{-st_0}\underline{U}(s)$
$e^{-at}u(t)$	$\underline{U}(s + a)$
$u'(t)$	$s\underline{U}(s) - u(0)$
$-tu(t)$	$\underline{U}'(s)$
$t^2 u(t)$	$\underline{U}''(s)$
$(-t)^n u(t)$	$\underline{U}^{(n)}(s)$
$\int_0^t u(\tau)\, d\tau$	$\frac{1}{s}\underline{U}(s)$
$\frac{1}{t}u(t)$	$\int_s^{\infty} u(\tau)\, d\tau$
$u_1(t) * u_2(t)$	$\underline{U}_1(s) \cdot \underline{U}_2(s)$
$u(t) = u(t + T)$	$\frac{1}{1 - e^{-sT}} \int_0^T u(t) e^{-st}\, dt$

Schaltvorgänge

1. $u_p(t)$: Schalter geschlossen, normal rechnen
2. R_g : Schalter schliessen, Quellen ausschalten

$$u_C(t) = u_{Cp}(t) - [u_{Cp}(t_0) - u_{C0}] * e^{-\frac{t - t_0}{C\, R_g}}$$

$$i_L(t) = i_{Lp}(t) - [i_{Lp}(t_0) - i_{L0}] * e^{-\frac{R_g(t - t_0)}{L}}$$

Zeitkonstante $\tau = RC = \frac{L}{R}$

u_p / i_p : partikuläre Lösung für $t \rightarrow \infty$

bei mehreren Energiespeichern: Laplace/DGL lösen

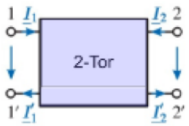
Zweitore

Eingangsimpedanz: Impedanz aus Sicht der Quelle

Vierpol: $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 = 0$

Für Zweitore gilt die **Torbedingung**:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_1', \qquad \underline{I}_2 = \underline{I}_2'$$



Z: Impedanzmatrix $= Y^{-1}$ $(\underline{U}_1; \underline{U}_2) = \underline{Z} \cdot (\underline{I}_1; \underline{I}_2)$	H: Hybridmatrix $(\underline{U}_1; \underline{I}_2) = \underline{H} \cdot (\underline{I}_1; \underline{U}_2)$
Y: Admittanzmatrix $= Z^{-1}$ $(\underline{I}_1; \underline{I}_2) = \underline{Y} \cdot (\underline{U}_1; \underline{U}_2)$	A: Kettenmatrix $(\underline{U}_1; \underline{I}_1) = \underline{A} \cdot (\underline{U}_2; -\underline{I}_2)$

Reziproke Zweitore:

$$Z_{21} = Z_{12}, \qquad Y_{21} = Y_{21}, \qquad H_{21} = -H_{12}, \qquad \det(A) = 1$$

Symmetrische Zweitore: symmetrisch ⇒ reziprok

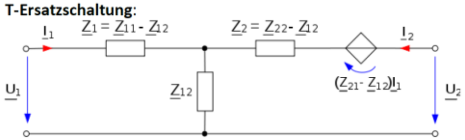
$$Z_{22} = Z_{11}, Z_{21} = Z_{12}, \qquad Y_{22} = Y_{11}, Y_{21} = Y_{12}$$
$$\det(A) = 1, A_{22} = A_{11}, \qquad \det(H) = 1, H_{21} = -H_{12}$$

Rückwirkungsfreie Zweitore: Eingang unabh. von Ausgang

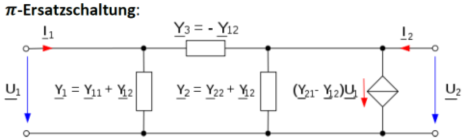
$$Z_{12} = 0, \qquad Y_{12} = 0, \qquad H_{12} = 0, \qquad P_{12} = 0$$

Ersatzschaltungen

T-Ersatzschaltung:

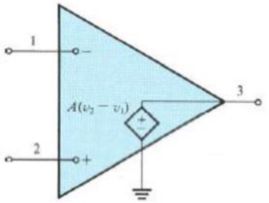


π-Ersatzschaltung:



Operationsverstärker

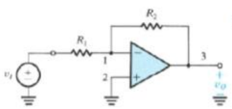
Operations-Verstärker



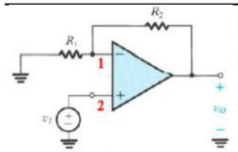
$$v_{out} = (v_+ - v_-)A$$
$$\underline{A}(\omega) = \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_b}$$
ω_b: Knickfrequenz
ω_t: Transitfrequenz
$$\omega_t = A_0\omega_b$$
$$|\underline{A}(\omega_t)| = 1$$
$$|\underline{A}(\omega)| \cdot \omega = \text{konst.}$$

Ideal: $A = \infty \rightarrow v_{Id} = v_2 - v_1 = 0$, freq.unabh., kein Eingangsstrom, kein Ausg.-Widerst., keine Commonmode-Am
Real: A endlich, frequenzabh., Commonmode-Amp, Sättigung, slew rate, Offsetspannung & -strom
Relativer Fehler: $f = \frac{A_{d,ist} - A_{d,soll}}{A_{d,soll}}$
Slew Rate: $SR = \frac{dU_{out}}{dt}$ = max. Anstiegsrate
Beim OPAMP kommt die gesamte Leistung von der Versorgun

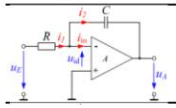
OPAMP Konfigurationen



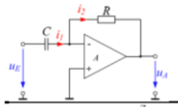
Inverting:
$$\frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_2}{R_1},\ G = \frac{v_O}{v_I} = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}{A}}$$
$$R_{in} \equiv \frac{v_{in}}{i_{:1}} = \frac{v_{in}}{v_{in}/R_1} = R_1$$
$$i_{in} = \frac{v_{in} + v_{out}/A}{R_1}$$



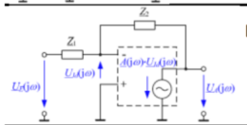
Non-Inverting:
$$\frac{v_O}{v_I} = 1 + \frac{R_2}{R_1},\ G = \frac{v_O}{v_I} = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{A}}$$
Spannungsfolger:
$R_2 = 0, R_1 = \infty, G = 1$



Integrating (inverting):
$$v_O(t) = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_I(t)dt$$



Differentiating (inverting):
$$v_O(t) = -CR\frac{dv_I}{dt}$$



Ersatzschaltbild (MGL):
$$U_E = Z_1 I_E - U_{Id}$$
$$-U_{Id} = Z_2 I_E + U_A$$
$$U_A(j\omega) = A(j\omega) \cdot U_{Id}(j\omega)$$

Non-default configurations:
No current inside the OPAMP
"Virtual Ground" at neg. Inp.

$$v = \frac{du_O}{du_I}$$

Frequenzverhalten

$$\underline{A}(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_b}}$$

$$|\underline{A}(j\omega)| \approx \frac{A_0\omega_b}{\omega} = \frac{\omega_t}{\omega} \quad \text{für} \quad \omega \gg \omega_b$$

DC-Verstärkung $\quad |\underline{A}(0)| = A_0$

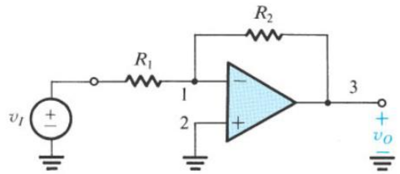
Transitfrequenz $\quad |\underline{A}(j\omega_t)| = 1 = 0\,\text{dB}$

Grenzfrequenz $\quad |\underline{A}(j\omega_b)| = \frac{1}{\sqrt{2}}A_0$

$$A_{0,dB} = 20 * log(A_0) \rightarrow A_0 = 10^{\frac{A_{0,dB}}{20}}$$

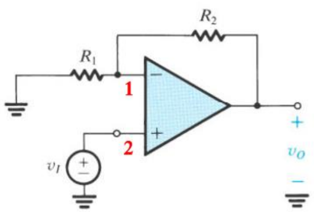
Invertierender OPV

$$\frac{U_a}{U_e} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$



Nichtinvertierender OPV

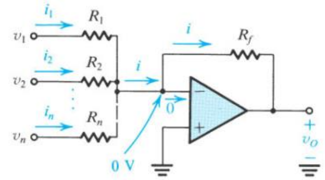
$$A = \frac{U_a}{U_e} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$$



Spannungsfolger: $R_2 = 0, R_1 = \infty,\ A = 1$

Addierer/Summierverstärker

$$U_a = -\left(\frac{Z_f}{Z_1} * U_1 + \cdots + \frac{Z_f}{Z_n} * U_n\right)$$

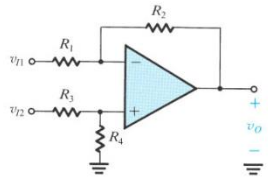


Differenzverstärker

$$U_a = A_{common} * U_{cm} + A_{diff} * U_{diff}$$

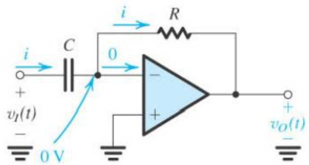
$$U_a = \frac{R_2}{R_1}(U_2 - U_1) \quad ; \quad \frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}$$

Common-Mode Rejection Ratio $\quad CMRR:\ 20\log\frac{|A_d|}{|A_{cm}|} \rightarrow \infty$



Differentierer

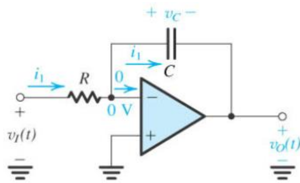
$$u_a = -RC\frac{d\,u_e}{dt}$$



$$i(t) = C\frac{dv_I(t)}{dt}$$
$$v_O(t) = -CR\frac{dv_I(t)}{dt}$$
$$\frac{V_o}{V_i} = -sCR$$

Integrator

$$u_a = -\frac{1}{RC}\int_0^t u_e(t)\ dt + u_{C0}$$

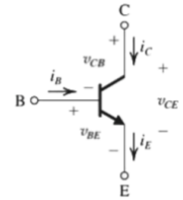


$$v_O(t) = -\frac{1}{CR}\int_0^t v_I(t)\ dt$$
$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{1}{sCR}$$

Bipolar-Junction Transistor

Grundsätzlich **NPN** ; bei **PNP** alle Vorzeichen kehren

v_{BE}: Basis-Emitter-Spannung
v_{CE}: Kollektor-Emitter-Spannung
v_{CB}: Kollektor-Basis-Spannung
I_B: Basisstrom
I_C: Kollektorstrom
I_E: Emitterstrom



BJT entspricht *spannungsgesteuerter Stromquelle im aktiven Bereich*

$$\beta_{BC} = \frac{I_C}{I_B}$$

$$I_E = I_C + I_B = I_B(1 + \beta)$$

$$I_B = \frac{I_S}{\beta_{BC}} * e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \ ; \ V_T = \frac{k\,T}{q}$$

Arbeitsbereich	v_{BE}	v_{CE}
Sperrung	< 0.7 V	
Verstärkung	> 0.7 V	> 0.3 V
Sättigung	> 0.7 V	< 0.3 V

$$i_E = \frac{i_C}{\alpha} = (\beta + 1)i_B \qquad \alpha = \frac{\beta}{\beta + 1}$$
$$i_B = \frac{i_C}{\beta} = (1 - \alpha)i_E \qquad \beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$
$$i_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \qquad P = V_{BE}I_B + V_{CE}I_C$$

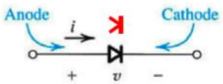
Early-Effekt

$$i_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}\left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right)$$

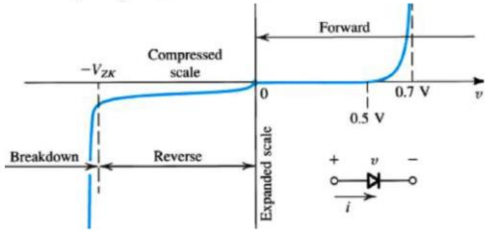
BJT als Schalter: S.721

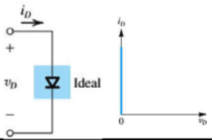
Daumenregel: $\quad V_{CB} = V_{BB} \approx 1/3\ V_{CC}$

Diode

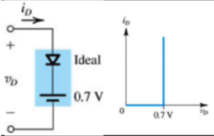


Durchlassbereich: $v > 0V$
Sperrbereich: $v < 0V$
Durchbruchbereich: $v < -V_{ZK}$

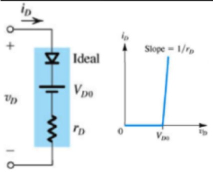




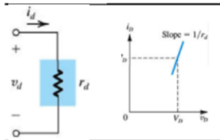
Ideal:
Wann leitend
$i_d > 0 : V_D = 0$



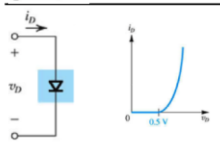
Spannungsschritt:
Einfache Analyse und Dimens.
$i_d > 0 : V_D = 0.7V$



Stückweise Linear:
$v_D < V_{D0} : i_d = 0$
$v_D > V_{D0} : i_d > 0$
Arbeitspunkt: Schnittpunkt
Kennlinie mit Spng-Strom-Gerade



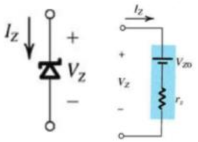
Kleinsignalmodell:
Für Kleinsignale
$i_d = \frac{v_d}{r_d}, \quad r_d = \frac{nV_T}{I_D}$



Exponentielles Modell:
$I_D = I_S\left(e^{\frac{V_D}{nV_T}} - 1\right)$
mit V_T thermische Spannung:
$V_T = kT/q$
q: Elementarldg., k: Boltzmannk.

Zehner-Diode

$P = U_{Z0} * I_{Gl.} + I_{eff}^2 * r_z$



Zenerdiode:
Betrieb im Durchbruchbereich,
zur Spannungsstabilisierung.
$V_Z = V_{Z0} + r_Z I_Z$

Arbeitspunktbestimmung

1. Diodenkennlinie I_B / V_{BE} einzeichnen
2. Thevenin-ESB der Schaltung (links)

- Kurzschlussstrom: $\frac{U}{R_B}$
- Leerlaufspannung: U

-> Kurven schneiden

Kleinsignalanalyse S.733

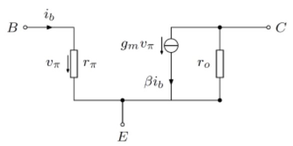
1. Arbeitspunktbestimmung
2. Berechnen d. Kleinsignalgrössen
3. Eliminieren der DC-Quellen
4. Ersetzen des BJT durch ESB
5. Untersuchung der Systemgrössen

Bsp: S. 744

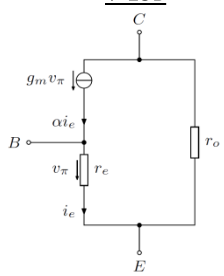
$$g_m = {}^{I_C}/_{V_T}$$

$$r_\pi = {}^{\beta_{AC}}/_{g_m} = (\beta + 1)\, r_e$$

Hybrid-Pi-ESB



T-ESB



$$g_m = \frac{I_C}{V_T} \qquad r_\pi = \frac{V_T}{I_B} = \frac{\beta}{g_m} = (\beta+1) r_e$$

$$r_o = \frac{|V_A|}{I_C} \qquad r_e = \frac{V_T}{I_E} = \frac{\alpha}{g_m}$$

Generelles

$$\vec{e_\varphi} = -\frac{y}{\rho}\,\vec{e_x} + \frac{x}{\rho}\,\vec{e_y} = -\sin\varphi\,\vec{e_x} + \cos\varphi\,\vec{e_y}$$

Gleichmässige Beschleunigung

$$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 \qquad v = a * t$$

Kinetische Energie

$$E_{Kin} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = U * Q$$

Gravitationskraft

$$F_G = G * \frac{M*m}{r^2} \qquad G = 6.6738 * 10^{-11}\,m^3 kg^{-1} s^{-2}$$

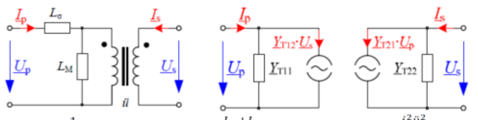
Zentripetalkraft $\quad a = v^2/r$

Moment $\quad \vec{M} = \vec{r}\;x\;\vec{F}$

Relativer Fehler

$$\Delta R = \frac{W_{Messung} - W_{Ist}}{W_{ist}}$$

ESB Transformator & Admittanz-ESB



$Y_{T11} = \frac{1}{i\omega L_\sigma}$, $Y_{T22} = -j \cdot ü^2 \cdot \frac{L_\sigma + L_M}{\omega L_\sigma L_M}$, $Y_{T12} = Y_{T21} = \frac{j^2 ü^2}{(\omega L_\sigma)^2}$

Messen: 1. Leerlauf, 2. Kurzschluss auf Sekundärseite

Stammfunktionen

$\sin(\omega t)\sin(\omega t)$	$\frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega t)}{4\omega}$
$\sin(\omega t)\cos(\omega t)$	$-\frac{\cos(2\omega t)}{4\omega}$
$\sin(\omega t)\sin(n\omega t)$	$\frac{n\cos(\omega t)\sin(n\omega t) - \sin(\omega t)\cos(n\omega t)}{\omega(n^2-1)}$
$\sin(\omega t)\cos(n\omega t)$	$\frac{n\sin(\omega t)\sin(n\omega t) + \cos(\omega t)\cos(n\omega t)}{\omega(n^2-1)}$
$\cos(\omega t)\sin(n\omega t)$	$\frac{\sin(\omega t)\sin(n\omega t) + n\cos(\omega t)\cos(n\omega t)}{\omega(1-n^2)}$
$\cos(\omega t)\cos(n\omega t)$	$\frac{\sin(\omega t)\cos(n\omega t) + n\cos(\omega t)\sin(n\omega t)}{\omega(1-n^2)}$

Mathematische Formeln

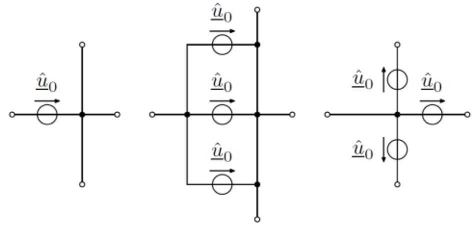
Geom. Summe	$\sum_{k=0}^{n} x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$
Kosinussatz	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$
Kugelvolumen	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Kugeloberfläche	$A = 4\pi r^2$

Physikalische Gesetze

Kinetische Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$
Potentielle Energie	$E_{\text{pot}} = mgh$
Spannenergie	$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}mx^2$
Auftriebskraft	$F = \rho g V$
Federkraft	$F = -kx$
Gravitationskraft	$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$
Zentripetalkraft	$F = m\omega^2 r = m\frac{v^2}{r}$

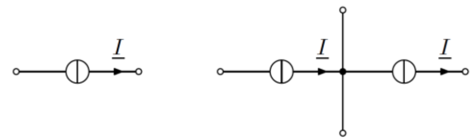
Quellenteilung

Spannungsquelle



1. Schritt 2. Schritt 3. Schritt

Stromquelle



1. Schritt 2. Schritt